

Präsenzaufgaben für den 21.01.2008

P30. Bestimmung der Kraft aus einer Bahnkurve

Betrachtet wird ein Teilchen der Masse m , welches sich in der xy -Ebene auf einer Ellipse bewegt:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a, b \text{ seien konstant.}$$

Ein voller Durchlauf auf der elliptischen Bahn dauert 2 Sekunden.

- (a) Berechnen Sie die Bahnkurve

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

für den Fall, daß $x(t) = a \cos \omega t$ ist ($\omega = \text{const.}$). Was ergibt sich für die Winkelgeschwindigkeit ω ?

- (b) Welche Kraft wirkt auf den Massenpunkt?
(c) Berechnen Sie den Drehimpuls des Massenpunktes. Warum muß der Drehimpuls nach Betrag und Richtung konstant sein?
(d) Zeigen Sie explizit, daß der Drehimpuls erhalten ist.
(e) Bestimmen Sie die Fläche ΔS , die der Ortsvektor in einer Sekunde überstreicht.

P31. Gebundene Zustände

Ein Teilchen der Masse m bewege sich im Potential

$$V(x) = \frac{V_o}{\cosh^2(x/a)}, \quad a, V_o \text{ seien konstant.}$$

- (a) Skizzieren Sie das Potential $V(\xi)$ für $V_o > 0$ und $V_o < 0$ als Funktion der dimensionslosen Variable $\xi := x/a$.
(b) Welche Bewegungstypen treten hierbei in Abhängigkeit von der Energie E und vom Vorzeichen von V_o auf? Wo befindet sich das Teilchen im Gleichgewicht?
(c) Zeigen Sie, daß das Teilchen für *kleine* Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage harmonische Schwingungen um die Gleichgewichtslage ausführt. Wie lautet die Frequenz ω der harmonischen Schwingung?

P32. Spezielle Relativitätstheorie

Gegeben seien eine 80 m lange Rakete und ein 50 m langer Tunnel. Die Rakete bewege sich so schnell, daß sie einem neben dem Tunnel stehenden Beobachter auf 40 m kontrahiert erscheint und somit zu einem bestimmten Zeitpunkt völlig im Tunnel verschwindet. Ein Beobachter auf der Rakete hingegen sieht den Tunnel auf 25 m verkürzt, so daß die für ihn lange Rakete nie vollständig in den Tunnel hineinpaßt. Lösen Sie diesen scheinbaren Widerspruch durch genauere Betrachtung der Bezugssysteme und Beobachtungsvorgänge auf.

Bitte Wenden!

Hausaufgaben für den 28.01.2008

H24. (4 Punkte)

Ein Teilchen der Masse m führe eine eindimensionale Bewegung unter dem Einfluß der Kraft $F(x) = -\kappa x + \alpha x^2$ ($\kappa, \alpha > 0$).

- (a) Bestimmen Sie das zugehörige Potential $V(x)$.
- (b) Bestimmen Sie die relativen Extrema von $V(x)$ und skizzieren Sie das Potential.
- (c) Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit v_0 muß das Teilchen bei $x = 0$ starten, damit es *nicht* wieder zurückkehrt?

H25. (6 Punkte)

Ein Massenpunkt mit der Masse m bewege sich in 3 Dimensionen im Potential:

$$V(r) = -\frac{c}{\sqrt{r}}, \quad c > 0$$

- (a) Ist in diesem Fall der Drehimpuls L sowie die Energie E eine Erhaltungsgröße?
Hinweis: Kurze Antwort und Begründung ohne Rechnung genügt.
- (b) Skizzieren Sie das effektive Potential für verschiedene Werte von L .
- (c) Geben Sie den Kreisbahnradius r_0 als Funktion des Drehimpulses L an, d.h. das Minimum des effektiven Potentials $V_{eff}(r, L)$.
- (d) Zeigen Sie, daß das Teilchen für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage harmonische Schwingungen um die Gleichgewichtslage r_0 ausführt. Bestimmen Sie die Schwingungsfrequenz $\omega(L)$.

H26. (4 Punkte)

Ein Stab der Länge L' ruhe in einem Bezugssystem Σ' in der (x', y') -Ebene und schließe mit der x' -Achse den Winkel ϕ' ein. Der Stab bewege sich nun mit der Geschwindigkeit v_x in positiver x -Richtung relativ zum Bezugssystem Σ , dessen Achsen parallel zu denjenigen von Σ' orientiert sind.

- (a) Wie lang erscheint der Stab einem Betrachter, der in Σ ruht?
- (b) Welchen Winkel ϕ schließt der Stab in Σ mit der x -Achse ein?